

Matrici

Informatica@DSS 2024/2025

Massimo Lauria <massimo.lauria@uniroma1.it>
<https://massimolauria.net/informatica2024/>

Rappresentazione di matrici

Strumento essenziale in algebra: in **questo corso** rappresentiamo la matrice

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \\ 10 & 11 & 12 \end{bmatrix}$$

`[[1,2,3], [4,5,6], [7,8,9], [10,11,12]]`

Lista di liste di dimensione uguale

Nella rappresentazione di una matrice $R \times C$

- ▶ ogni riga è una lista di C elementi
- ▶ la matrice è una lista di R righe

In questo modo per una matrice M

- ▶ $M[r]$ è la r -esima riga
- ▶ $M[r][c]$ è elemento in riga r e colonna c

```
M = [[1,2,3], [4,5,6], [7,8,9], [10,11,12]]  
print(M[2][1])
```

1

2

8

Matrice ben formata

Nei nostri esercizi consideriamo **ben formata** una rappresentazione di matrice $R \times C$ che è

- ▶ una lista di liste contenente almeno una riga: $R \geq 1$
- ▶ tutte le liste interne hanno la stessa lunghezza C
- ▶ esiste almeno una colonna: $C \geq 1$

Esempi di matrici **mal formate**

```
[ [ 1,2,3], [1,2]]      # righe di dimensione diversa      1
[ ]                    # nessuna riga                        2
[ [], [] ]             # nessuna colonna                     3
```

Ricavare le dimensioni di una matrice

La nostra rappresentazione di una matrice M permette di accedere facilmente alle **dimensioni nella matrice**

- ▶ `len(M)` è il numero di righe R
- ▶ `len(M[0])` è il numero di elementi della prima riga, cioè il numero di colonne C

```
M = [[1,2,3], [4,5,6], [7,8,9], [10,11,12]]      1
print("R =", len(M))                             2
print("C =", len(M[0]))                          3
```

```
R = 4
C = 3
```

Una cella (r, c) della matrice:

- ▶ un indice di riga $0 \leq r < R$ range(R)
- ▶ un indice di colonna $0 \leq c < C$ range(C)

```
M = [[1,2,3], [4,5,6], [7,8,9], [10,11,12]]      1
R, C = len(M), len(M[0])                        2
for r in range(R):                              3
    for c in range(C):                          4
        print((r,c),end=" ")                   5
    print()                                     6
```

```
(0, 0) (0, 1) (0, 2)
(1, 0) (1, 1) (1, 2)
(2, 0) (2, 1) (2, 2)
(3, 0) (3, 1) (3, 2)
```

Stampiamo una matrice

```
def matrixprint(M):
    R,C = len(M), len(M[0])
    for r in range(R):
        for c in range(C):
            print(M[r][c],end=' ')
        print()

M = [[1.2, 5.2, -1, -2, 1],
      [0.7, -9.1, 11, -2, 0.4],
      [0,0,0,1.5,3.5]]
matrixprint(M)
```

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11

```
1.2 5.2 -1 -2 1
0.7 -9.1 11 -2 0.4
0 0 0 1.5 3.5
```

Esercizio: formattate meglio la stampa

Creiamo una matrice tutta a zero

```
def matrixcreate(R,C,fillvalue=0):           1
    M=[]                                     2
    for i in range(R):                       3
        M.append( [fillvalue]*C)            4
    return M                                  5
                                              6
A = matrixcreate(4,10)                       7
matrixprint(A)                                8
print()                                       9
B = matrixcreate(4,12,9)                     10
matrixprint(B)                                11
```

```
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
```

```
9 9 9 9 9 9 9 9 9 9
9 9 9 9 9 9 9 9 9 9
9 9 9 9 9 9 9 9 9 9
9 9 9 9 9 9 9 9 9 9
```

Una nuova lista per ogni riga

Ricordate che una lista è un **riferimento** ad un contenitore di valori.

```
L = [0,0,0,0] 1
M = [L, L, L] # sbagliato! 2
                                     3
M[0][2] = 1 4
matrixprint(M) 5
```

```
0 0 1 0
0 0 1 0
0 0 1 0
```

Le tre righe in questo caso sono riferimenti alla stessa lista.

Esempi elaborazioni di matrici

Matrice casuale

Qui riutilizziamo `matrixcreate` per creare la matrice da riempire, e la riempiamo con valori casuali.

```
import random 1
2
def matrixrandomfill(A): 3
    R,C = len(A),len(A[0]) 4
    for r in range(R): 5
        for c in range(C): 6
            x = random.random() # numero casuale in [0,1) 7
            A[r][c] = round(x,2) # due cifre decimali 8
9
M = matrixcreate(5,12) 10
matrixrandomfill(M) 11
matrixprint(M) 12
```

```
0.61 0.93 0.99 0.11 0.78 0.5 0.06 0.43 0.67 0.75 0.8 0.95
0.98 0.05 0.02 0.43 0.35 0.8 0.25 0.5 0.64 0.84 0.28 0.15
0.72 0.83 0.75 0.91 0.24 0.06 0.17 0.4 0.56 0.7 0.55 0.83
0.13 0.61 0.36 0.55 0.38 0.89 0.33 0.17 0.67 0.0 0.4 0.05
0.24 0.69 0.97 0.06 0.53 0.95 0.6 0.01 0.24 0.92 0.32 0.22
```

Matrice identità

Matrice quadrata con 1 nella diagonale e 0 altrove

```
def matrixI(n):           1
    I = matrixcreate(n,n) 2
    for i in range(n):    3
        I[i][i] = 1       4
    return I              5
                           6
I = matrixI(6)           7
matrixprint(I)           8
```

```
1 0 0 0 0 0
0 1 0 0 0 0
0 0 1 0 0 0
0 0 0 1 0 0
0 0 0 0 1 0
0 0 0 0 0 1
```

Sommiamo i valori in una matrice

Vogliamo la somma di tutti i valori nella matrice, ad esempio per la matrice

$$\begin{bmatrix} 11 & -2.1 & 6 \\ -4 & 4.5 & 0.5 \\ 17 & -6 & 0 \\ 0.12 & -21 & 1.2 \end{bmatrix}$$

la somma di tutti i valori al suo interno è 7.22

Sommiamo i valori in una matrice (2)

```
M = [[11,-2.1,6],[-4,4.5,0.5],      1
      [17,-6,0],[0.12,-21,1.2]]    2

def matrixsum(M):                  3
    "Somma tutti i valori contenuti in una matrice" 4
    R,C = len(M), len(M[0])       5
    acc = 0                        6
    for r in range(R):            7
        for c in range(C):       8
            acc += M[r][c]       9
    return acc                    10

print(matrixsum(M))              11
                                  12
                                  13
```

7.22

Trasposta di una matrice

Data una matrice A di dimensioni $R \times C$,

la trasposta A^T è una matrice di dimensioni $C \times R$

tale che ogni elemento $A_{i,j}^T$ sia uguale all'elemento $A_{j,i}$.

$$A = \begin{bmatrix} 11 & -2.1 & 6 \\ -4 & 4.5 & 0.5 \\ 17 & -6 & 0 \\ 0.12 & -21 & 1.2 \end{bmatrix}$$

$$A^T = \begin{bmatrix} 11 & -4 & 17 & 0.12 \\ -2.1 & 4.5 & -6 & -21 \\ 6 & 0.5 & 0 & 1.2 \end{bmatrix}$$

Trasposta di una matrice (2)

```
def matrixtranspose(A): 1
    "Produce la matrice trasposta di A" 2
    R,C = len(A), len(A[0]) 3
    AT = matrixcreate(C,R) 4
    for r in range(R): 5
        for c in range(C): 6
            AT[c][r] = A[r][c] 7
    return AT 8
9
M = [[11,-2.1,6],[-4,4.5,0.5], 10
      [17,-6,0],[0.12,-21,1.2]] 11
MT = matrixtranspose(M) 12
matrixprint(MT) 13
```

```
11 -4 17 0.12
-2.1 4.5 -6 -21
6 0.5 0 1.2
```

Posizione della riga di somma massima

Vogliamo sapere quale riga contiene gli elementi la cui somma è la massima possibile. Nella matrice

$$\begin{bmatrix} 11 & -2.1 & 6 \\ -4 & 4.5 & 0.5 \\ 17 & -6 & 0 \\ 0.12 & -21 & 1.2 \end{bmatrix}$$

la riga 0 ha somma 14.9, la riga 1 ha somma 1, la riga 2 ha somma 11, la riga 3 ha somma -19.68 .

Quindi la riga di somma massima è la riga 0.

Posizione della riga di somma massima (2)

```
def matrix_maxrow(A): 1
    "Posizione della riga di somma massima" 2
    R = len(A) 3
    rowmax=0 4
    rowval=sum(A[0]) 5
    for r in range(1,R): 6
        tmp = sum(A[r]) 7
        if tmp>rowval: 8
            rowmax=r 9
            rowval=tmp 10
    return rowmax 11
12
M = [[11,-2.1,6],[-4,4.5,0.5], 13
     [17,-6,0],[0.12,-21,1.2]] 14
r = matrix_maxrow(M) 15
print(r) 16
```

0