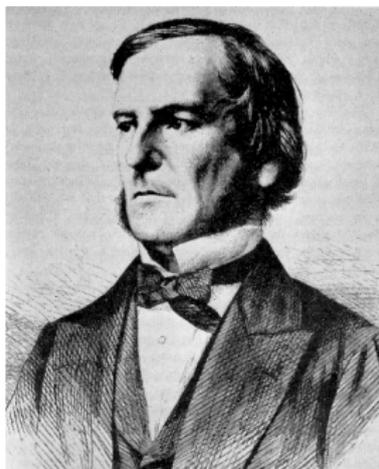


# Logica booleana

Informatica@DSS 2024/2025

Massimo Lauria <massimo.lauria@uniroma1.it>  
<https://massimolauria.net/informatica2024/>

# George Boole (1815–1864)



Fondatore della logica matematica

- ▶ studio formale dei ragionamenti usati in matematica
- ▶ uso di manipolazioni algebriche per concetti logici

# Operatori logici

Operatori che combinano espressioni booleane.

|              | Matematica   | Python               |
|--------------|--------------|----------------------|
| negazione    | $\neg x$     | <code>not x</code>   |
| congiunzione | $x \wedge y$ | <code>x and y</code> |
| disgiunzione | $x \vee y$   | <code>x or y</code>  |

# Negazione logica $\neg x$

Assume il valore opposto della variable  $x$

| x     | not x |
|-------|-------|
| False | True  |
| True  | False |

```
porta_chiusa = False      1
porta_aperta = not porta_chiusa  2
print(porta_aperta)      3
```

True

**Domanda:** a cosa è uguale not not  $x$ ?

# Congiunzione logica $x \wedge y$

La congiunzione è vera quando  $x$  e  $y$  sono entrambi veri.

| x     | y     | x and y |
|-------|-------|---------|
| False | False | False   |
| True  | False | False   |
| False | True  | False   |
| True  | True  | True    |

**Esercizio:** Quando vale True l'espressione seguente?

a1 and a2 and a3 and a4 and a5

1

# Esempio di congiunzione logica

```
vento = True           1  
neve = True           2  
tormenta = vento and neve 3  
print(tormenta)      4
```

True

# Disgiunzione logica $x \vee y$

La disgiunzione è vera quando **almeno uno** tra  $x$  e  $y$  è vero.

| x     | y     | x or y |
|-------|-------|--------|
| False | False | False  |
| True  | False | True   |
| False | True  | True   |
| True  | True  | True   |

**Esercizio:** Quando vale True l'espressione seguente?

a1 or a2 or a3 or a4 or a5

1

# Esempio di disgiunzione logica

```
nuvoloso = True           1
pioggia   = False        2
brutto_tempo = pioggia or nuvoloso  3
print(brutto_tempo)      4
```

True

# Associatività e Commutatività

Un operatore tra due operandi, chiamiamolo  $\circ$ , si dice

- ▶ associativo, quando  $(a \circ b) \circ c = a \circ (b \circ c)$
- ▶ commutativo, quando  $a \circ b = b \circ a$

**Esercizio:** dimostrare che se un operatore  $\circ$  è associativo e commutativo, allora comunque vengano messe le parentesi o ordinati gli operandi nella seguente espressione

$$a_1 \circ a_2 \circ a_3 \cdots a_{n-1} \circ a_n$$

il valore dell'espressione non cambia.

# Differenze con il linguaggio naturale

Nel linguaggio naturale si usa `or` in modo diverso

vado al mare o in montagna

intendendo alternative **esclusive**.

Invece l'`or` logico funziona in maniera differente, ne senso che il risultato è vero anche se entrambe le opzioni sono vere.

## Or esclusivo $x \oplus y$

L'or esclusivo (XOR) è vero quando **esattamente uno** tra  $x$  e  $y$  è vero. Lo XOR è denotato anche come  $x \oplus y$ .

| x     | y     | $x \oplus y$ |
|-------|-------|--------------|
| False | False | False        |
| True  | False | True         |
| False | True  | True         |
| True  | True  | False        |

**Esercizio:** Quando vale True l'espressione seguente?

$a1 \wedge a2 \wedge a3 \wedge a4 \wedge a5$

1

# Regole di de Morgan

$\neg(x \vee y)$  è uguale a  $\neg x \wedge \neg y$

ed anche

$\neg(x \wedge y)$  è uguale a  $\neg x \vee \neg y$

**Esercizio:** verificare tutti e 4 i casi

# Distributività

$x \wedge (y \vee z)$  è uguale a  $(x \wedge y) \vee (x \wedge z)$

ed anche

$x \vee (y \wedge z)$  è uguale a  $(x \vee y) \wedge (x \vee z)$

**Esercizio:** verificare tutti gli 8 casi